

Приложение 6 к ООП
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Приволжский исследовательский медицинский университет»
Министерства здравоохранения Российской Федерации

**КОМПЛЕКТ
КОНТРОЛЬНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ
ПО ОУП.04 МАТЕМАТИКА**

Специальность: 31.02.04 Медицинская оптика
Форма обучения: очная

Нижний Новгород
2026

Разработчики:

Иудин Д.И. - заведующий кафедрой медицинской биофизики, д.ф.-м.н., д.б.н., профессор.

Малиновская С.Л. - доктор биологических наук, доцент, профессор кафедры медицинской биофизики;

Преподаватели дисциплины:

Малиновская С.Л. - доктор биологических наук, доцент, профессор;

Муравьева М.С. - старший преподаватель;

Сысоев А.А. – старший преподаватель, кандидат физико-математических наук.

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
1. ПАСПОРТ КОМПЛЕКТА КОНТРОЛЬНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ	4
1.1. Область применения	4
1.2. Система контроля и оценки результатов освоения программы учебной дисциплины	4
2. КОМПЛЕКТ КОНТРОЛЬНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ для текущего контроля и промежуточной аттестации	4
2.1. Задания для проведения текущего контроля	4
2.2. Задания для проведения входного контроля	4
2.3. Задания для проведения зачета	4
2.4. Промежуточная аттестация обучающихся	5
2.4.1. Критерии оценки	5
2.4.2. Критерии оценки при проведении зачета по вопросам	6
ПРИЛОЖЕНИЕ А	7

1. ПАСПОРТ КОМПЛЕКТА КОНТРОЛЬНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ

1.1. Область применения

Комплект контрольно-измерительных материалов (далее – КИМ) предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебному предмету ОУП.04 Математика программы подготовки специалистов среднего звена по специальности СПО **31.02.04 Медицинская оптика**– с учетом естественнонаучного профиля получаемого профессионального образования.

1.2. Система контроля и оценки результатов освоения учебного предмета

Система контроля и оценки освоения учебного предмета соответствует «Положению о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации студентов» и учебному плану.

Контроль и оценка результатов освоения учебного предмета осуществляется преподавателем в процессе проведения текущего контроля и промежуточной аттестации (входного контроля).

Целью проведения текущего контроля и промежуточной аттестации является оценка качества освоения программы подготовки специалистов среднего звена.

2. КОМПЛЕКТ КОНТРОЛЬНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ для текущего контроля и промежуточной аттестации

2.1. Задания для проведения текущего контроля (ПРИЛОЖЕНИЕ А)

Текущий контроль осуществляется в следующих формах:

- устный опрос по всем разделам дисциплины;
- выполнение контрольных работ;
- письменный опрос, в том числе тестирование.

2.2. Задания для проведения входного контроля (ПРИЛОЖЕНИЕ А)

Входной контроль осуществляется в формах:

- проверка контрольных работ;
- письменный опрос, в том числе тестирование.

2.3. Задания для проведения зачета.

Зачет с оценкой проводится в форме письменного опроса и собеседования.

Примерный перечень вопросов и типовых задач для подготовки к зачету с оценкой приведен в ПРИЛОЖЕНИИ А.

Условия проведения зачета:

Зачет с оценкой проводится по группам в количестве 15 человек в учебной аудитории.

Количество вариантов заданий для сдающих зачет: 20 вариантов

Время выполнения каждого задания: 20 мин.

Технические средства и/или оборудование: персональные компьютеры, периферийные устройства, прикладное программное обеспечение, калькуляторы, линейки и т.д.

2.4. Промежуточная аттестация обучающихся

Промежуточная аттестация проводится в форме **зачета с оценкой**.

Положительная оценка по промежуточной аттестации выставляется при условии:

- выполнения обязательных домашних заданий и контрольных работ (не ниже "удовлетворительно"), в течение обоих семестров обучения;
- выполнения итогового тестового задания, собеседования по билетам, включающим теоретические вопросы и задачу.

2.4.1. Критерии оценки

Критерии оценки при проведении тестирования:

Отметка	Критерии оценки
«5»	90-100 % правильных ответов
«4»	80-89 % правильных ответов
«3»	70-79 % правильных ответов
«2»	Менее 70 % правильных ответов

Критерии оценки устного опроса

Оценка «отлично» ставится, если студент полно излагает материал (отвечает на вопрос), дает правильное определение основных понятий; обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только из учебника, но и самостоятельно составленные; излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.

Оценка «хорошо» ставится, если студент дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для оценки «отлично», но допускает 1–2 ошибки, которые сам же исправляет, и 1–2 недочета в последовательности и языковом оформлении излагаемого.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если студент обнаруживает знание и понимание основных положений данной темы, но излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил; не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры; излагает материал непоследовательно и допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если студент обнаруживает незнание большей части соответствующего вопроса, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал. Оценка «2» отмечает такие недостатки в подготовке, которые являются серьезным препятствием к успешному овладению последующим материалом

Критерии оценивания контрольных работ:

Оценка «отлично» выставляется, если студент выполнил работу без ошибок и недочетов, допустил не более одного недочета.

Оценка «хорошо», если студент выполнил работу полностью, но допустил в ней не более одной негрубой ошибки и одного недочета, или не более двух недочетов.

Оценка «удовлетворительно», если студент правильно выполнил не менее половины работы или допустил не более двух грубых ошибок, или не более одной грубой и одной негрубой ошибки и одного недочета, или не более двух-трех негрубых ошибок, или одной негрубой ошибки и трех недочетов, или при отсутствии ошибок, но при наличии четырех-пяти недочетов, плохо знает текст произведения, допускает искажение фактов.

Оценка «неудовлетворительно», если студент допустил число ошибок и недочетов превосходящее норму, при которой может быть выставлена оценка «3», или если правильно выполнил менее половины работы

2.4.2. Критерии оценки при проведении зачета по вопросам

Оценка «5» (**отлично**) выставляется за глубокое и полное овладение содержанием учебного материала. Студент владеет понятийным аппаратом и умеет: связывать теорию с практикой, решать практические задачи, высказывать и обосновывать свои суждения, грамотно и логично излагать ответ (как в устной, так и в письменной форме).

Оценка «4» (**хорошо**) выставляется, если студент в полном объеме освоил учебный материал, владеет понятийным аппаратом, ориентируется в изученном материале, осознанно применяет знания для решения практических задач, грамотно и логично излагает ответ, но содержание и форма ответа имеют отдельные неточности.

Оценка «3» (**удовлетворительно**) выставляется, если студент обнаруживает знание и понимание основных положений учебного материала, но излагает его неполно, непоследовательно, допускает неточности в определении понятий, в применении знаний для решения практических задач. Не умеет доказательно обосновать свои суждения.

Оценка «2» (**неудовлетворительно**) выставляется, если студент имеет разрозненные, бессистемные знания, не умеет выделять главное и второстепенное, допускает ошибки в определении понятий, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал.

**Задания для проведения текущего контроля
по ОУП.04 МАТЕМАТИКЕ
Вопросы для устного опроса**

Раздел 1. Алгебра.

- 1.1. Понятие действительного числа. Действия над действительными числами.
- 1.2. Геометрическая интерпретация действительного числа. Приближенное значение величины и погрешность приближений.
- 1.3. Понятие простых и сложные проценты. Способы их вычисления. Процентные вычисления в профессиональных задачах.
- 1.4. Равносильные и иррациональные уравнения и неравенства. Линейные и квадратные уравнения и неравенства. Равносильность уравнений, неравенств и систем.
- 1.5. Квадратные уравнения и неравенства. Разложение корней квадратного уравнения. Теорема Виета. Квадратная функция и ее график.
- 1.6. Понятие числовой функции. Область определения, множество значений, график функции. Основные свойства функции. Понятие об обратной и сложной функции.
- 1.7. Предел функции. Теоремы о пределах. Замечательные пределы.
- 1.8. Понятие непрерывности функции в точке и на промежутке. Свойства непрерывных функций.
Предел функции при $x \rightarrow \infty$.
- 1.9. Определение логарифма числа. Десятичные и натуральные логарифмы. Логарифм произведения, частного и степени. Формула перехода от одного основания логарифма к другому. Логарифмические уравнения и неравенства. Число e .
- 1.10. Элементарные функции: тригонометрические, степенная, показательная, логарифмическая, их свойства, графики.
- 1.11. Радианное измерение угловых величин. Тригонометрические функции числового аргумента и их свойства. Соотношение между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.
- 1.12. Теоремы сложения. Формулы приведения. Тригонометрические функции двойного и половинного аргумента.
- 1.13. Преобразование произведения тригонометрических функций в сумму и разность. Преобразование суммы и разности тригонометрических функций в произведение.
- 1.14. Функции $y = \sin x$, $y = \cos x$, их свойства и графики.
- 1.15. Функции $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$, их свойства и графики.
- 1.16. Понятие обратных тригонометрических функций.
- 1.17. Тригонометрические уравнения. Простейшие тригонометрические неравенства.

Раздел 2. Методы математического анализа.

- 2.1. Понятие функции. Способы задания, свойства.
- 2.2. Производная функции
- 2.3. Геометрический и механический смысл первой производной.
- 2.4. Дифференциал функции. Аналитический и геометрический смысл дифференциала.
- 2.5. Неопределенный интеграл. Первообразная
- 2.6. Понятие определенного интеграла, его геометрический смысл. Формула Ньютона-Лейбница.
- 2.7. Геометрический смысл определенного интеграла.
- 2.8. Применение определенного интеграла к вычислению площади плоской фигуры, объемов тел.

Раздел 3. Геометрия

- 3.1. Основные понятия и аксиомы стереометрии.
- 3.2. Взаимное расположение прямых в пространстве. Скрещивающиеся прямые.

- 3.3. Взаимное расположение прямой и плоскости. Теорема о параллельности прямой и плоскости.
- 3.4. Взаимное расположение двух плоскостей. Параллельность плоскостей. Свойства параллельных плоскостей.
- 3.5. Тетраэдр и параллелепипед. Сечения тетраэдра и параллелепипеда.
- 3.6. Перпендикуляр и наклонные. Теорема о трех перпендикулярах. Угол между прямой и плоскостью.
- 3.7. Двугранный угол. Перпендикулярность плоскостей. Прямоугольный параллелепипед и его свойства.
- 3.8. Векторные и скалярные величины. Действия над векторами на плоскости. Векторы в пространстве. Компланарные векторы.
- 3.9. Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора. Операции над векторами, заданными своими координатами.
- 3.10. Длина вектора. Вычисление расстояния между точками, заданными координатами. Деление отрезка в данном отношении.
- 3.11. Скалярное произведение векторов и его свойства. Условие перпендикулярности векторов. Скалярное произведение векторов, заданных своими координатами. Вычисление угла между векторами.
- 3.12. Понятие о геометрическом теле и его поверхности. Призма. Площадь поверхности призмы. Параллелепипед, его виды и свойства.
- 3.13. Пирамида. Свойства параллельных сечений в пирамиде. Площадь поверхности пирамиды. Усеченная пирамида.
- 3.14. Понятие о правильных многогранниках. Примеры.
- 3.15. Тело вращения. Поверхность вращения. Цилиндр и конус. Сечения цилиндра и конуса. Площадь поверхности цилиндра. Площадь поверхности конуса.
- 3.16. Понятие сферы и шара. Площадь сферы. Плоскость и сфера. Плоскость, касательная к сфере.
- 3.17. Понятие объема тела. Объем параллелепипеда. Объем прямой призмы. Объем цилиндра. Формула для вычисления объема тела по площади его параллельных сечений.
- 3.18. Объем пирамиды и усеченной пирамиды.
- 3.19. Формулы для вычисления объема тела вращения. Объем конуса и усеченного конуса. Объем шара и его частей.

Раздел 4. Элементы теории вероятностей и математической статистики

- 4.1. Множества. Понятие множества. Виды множеств. Мощность, способы задания множеств.
- 4.2. Операции над множествами: пересечение, объединение, разность, дополнение.
- 4.3. Графы. Основные виды графов. Основные понятия и задачи.
- 4.4. Виды вершин и рёбер графа. Маршруты, цепи, циклы в графах.
- 4.5. Комбинаторика. Основные типы комбинаторики. Перестановки без повторений, с повторениями.
- 4.6. Комбинаторика. Основные типы комбинаторики. Размещения без повторений, с повторениями.
- 4.7. Комбинаторика. Основные типы комбинаторики. Сочетания без повторений, с повторениями.
- 4.8. Понятие случайного события и случайной величины. Частота, относительная частота. Статистическое и классическое определения вероятности. Свойства вероятности.
- 4.9. Совместные и несовместные, равновероятные и неравновероятные, зависимые и независимые случайные события. Примеры.
- 4.10. Теоремы сложения вероятностей для несовместных и совместных событий.
- 4.11. Теоремы умножения вероятностей для независимых и зависимых событий.
- 4.12. Условные вероятности. Полная вероятность. Теорема Байеса.

4.13. Дискретные и непрерывные случайные величины. Числовые характеристики непрерывных и дискретных случайных величин (математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратичное отклонение).

4.17. Понятие о доверительном интервале и доверительной вероятности. Коэффициент Стьюдента. Вычисление доверительного интервала. Вероятность попадания случайной величины в доверительный интервал. Стандартные интервалы.

4.18. Вариационный ряд. Ранжирование. Методы построения графиков вариационных рядов: гистограммы, полигона частот, кумуляты (S-образной кривой).

4.19. Генеральная совокупность. Выборка. Объем выборки. Понятие о репрезентативности выборки. Оценка параметров генеральной совокупности по характеристикам выборки (привести формулы, дать названия параметров генеральной совокупности и соответствующим им характеристикам выборки).

ТЕСТИРОВАНИЕ ПО РАЗДЕЛАМ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА:

Раздел 1. Алгебра

Вариант 1

(предусмотрено 5 вариантов по 10 вопросов в каждом)

Показательная функция

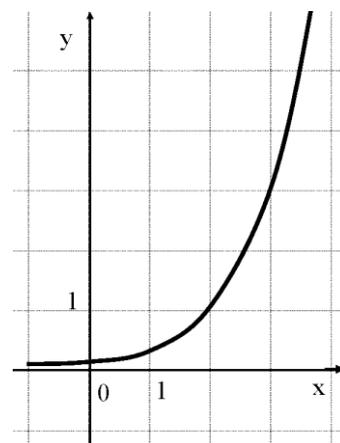
Вариант 1

1. Найдите область определения функции $y = 0,4^{x^2-x}$.

- 1) $(0; 1)$; 2) $(-\infty; +\infty)$; 3) $(-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$; 4) $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

2. График какой функции изображен на рисунке?

- 1) $y = 2^{x-2}$ 2) $y = 3^x - 2$
3) $y = 3^x + 2$ 4) $y = 3^{x-2}$



3. Найдите множество значений функции $y = 2^x - 2$.

- 1) $(0; +\infty)$ 2) $[-2; +\infty)$ 3) $(-2; +\infty)$ 4) $(-\infty; -2)$

4. Найдите область определения функции $y = 0,4^{\frac{2}{3-x}}$.

- 1) $(-\infty; 3)$ 2) $(-\infty; +\infty)$ 3) $(-\infty; 2] \cup [3; +\infty)$ 4) $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$

5. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения $2^{x-1} + 2^{x+1} = 20$.

- 1) $(0; 1)$ 2) $(4; 6)$ 3) $(2; 4)$ 4) $(1; 3)$

6. Найдите область определения функции $y = \sqrt{\frac{1}{2} - (0,5)^{1-x}}$.

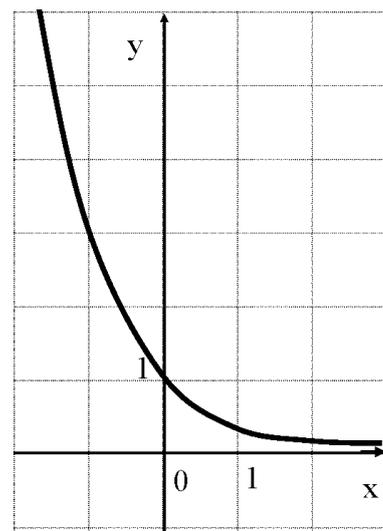
- 1) $(-\infty; 0]$ 2) $(-\infty; +\infty)$ 3) $(-\infty; 1]$ 4) $(0; +\infty)$

7. Найдите сумму корней уравнения $25^x - 30 \cdot 5^x + 125 = 0$

- 1) $5\frac{1}{5}$ 2) 30 3) 5 4) 3

8. График какой функции изображен на рисунке?

- 1) $y = -3^x$ 2) $y = 3^{-x}$



3) $y = 3^x$

4) $y = -3^{-x}$

9. Решите неравенство $0,2^{x-2} > 5$.

- 1) $(-\infty; 2)$ 2) $(1; +\infty)$ 3) $(-\infty; 1)$ 4) $(-\infty; 0]$

10. Решите неравенство $0,2 \cdot 2^{x-4} \geq 0,4$.

- 1) $(-\infty; -5)$ 2) $(-5; +\infty)$ 3) $(-\infty; 5]$ 4) $[5; +\infty)$

Степенная функция

Вариант 1

1. Найдите значение выражения: $6 \cdot 8^{-\frac{1}{3}}$.

- 1) 12; 2) 6; 3) 3; 4) -3.

2. Представьте данное выражение в виде степени: $y^{1,7} \cdot y^{2,8} \cdot y^{-1,5}$.

- 1) y^{-3} ; 2) $y^{-7,14}$; 3) y^3 ; 4) y^6 .

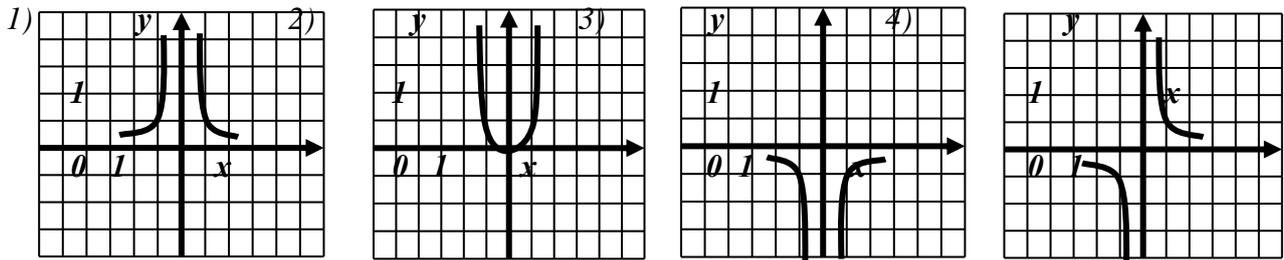
3. Упростите выражение: $(a^{-1,5})^{\frac{2}{3}}$.

- 1) a ; 2) $a^{-\frac{5}{6}}$; 3) $a^{\frac{5}{6}}$; 4) $\frac{1}{a}$.

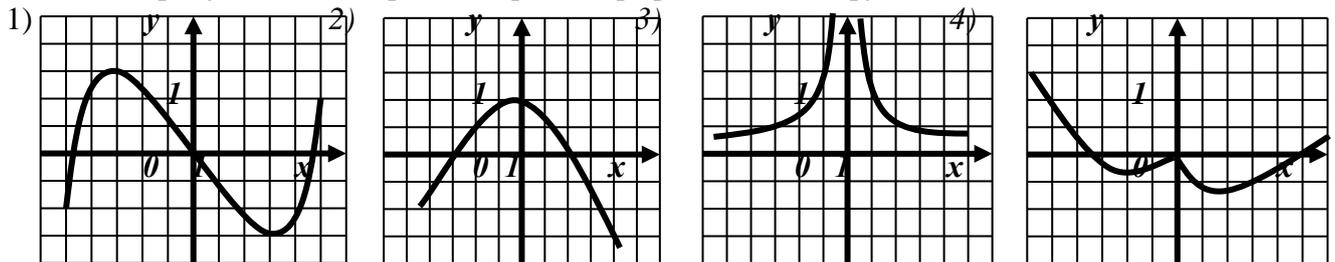
4. Упростите выражение: $b^{-0,2} : b^{-0,7}$.

- 1) \sqrt{b} ; 2) $\frac{1}{\sqrt{b}}$; 3) $b^{-0,9}$; 4) $b^{2/7}$.

5. На каком из рисунков изображен график функции $y = x^{-2}$?



6. Укажите рисунок, на котором изображен график нечетной функции



7. Найдите сумму корней уравнения $x + 1 = \sqrt{7x - 5}$.

- 1) -1; 2) 1; 3) 4; 4) 5.

8. График какой функции изображен на рисунке?

1) $y = \sqrt[3]{x}$

3) $y = x^{\frac{1}{2}}$

2) $y = x^{\frac{1}{3}}$

4) $y = x^{-\frac{1}{3}}$



9. Какова область определения функции $y = x^{-6}$?

- 1) $(0; +\infty)$; 2) $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$; 3) $(-\infty; 0)$; 4) x – любое число.

10. Укажите множество значений функции $y = x^{\sqrt{5}}$.

- 1) $(0; +\infty)$; 2) $(0; \sqrt{5})$; 3) $(-\infty; 0)$; 4) $(-\infty; +\infty)$.

Тригонометрические уравнения Вариант 1

1. Решите уравнение $\sin x + \frac{1}{2} = 0$.

- 1) $\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ 2) $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ 3) $(-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ 4) $\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

2. Решите уравнение $2 \sin^2 x - \cos 2x = 1$. (4+)

- 1) $\frac{\pi}{8} + \frac{1}{2}\pi k, k \in \mathbb{Z}$; 2) $\frac{\pi}{8}$; 3) $\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; 4) $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

3. Решите уравнение $\operatorname{ctg}^2 x = 3$.

- 1) $\pm \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$; 2) $\pm \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$; 3) $\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$; 4) $\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

4. Найдите сумму корней уравнения $\sin^2 x - 4\sin x = 5$ на промежутке $[-\pi; 2\pi]$. 1) $\frac{\pi}{2}$;

- 2) π ; 3) 2π ; 4) $-\pi$.

5. Решите уравнение $2 \sin 2x \cdot \cos 2x - 1 = 0$. (1+)

- 1) $\frac{\pi}{8} + \frac{1}{2}\pi k, k \in \mathbb{Z}$; 2) $\frac{\pi}{8}$; 3) $\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; 4) $\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

6. Решите уравнение $\cos\left(\frac{x}{2} + \pi\right) = 0$.

- 1) $x = \pi + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; 2) $x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; 3) $x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; 4) $x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

7. Решите уравнение $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \sqrt{3}$.

- 1) $\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$; 2) $\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; 3) $\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; 4) $\frac{2\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

8. Решите уравнение $\cos^2 x - \sin^2 x = -\frac{1}{2}$.

- 1) $\pm \frac{5\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ 2) $\pm \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ 3) $\pm \frac{5\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ 4) $\pm \frac{5\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.

9. Решите уравнение $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2}x - \pi\right) = 1$.

- 1) $\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; 2) $\frac{1}{2} + 2k, k \in \mathbb{Z}$; 3) $\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; 4) $\frac{1}{2} + k, k \in \mathbb{Z}$.

10. Найдите сумму наименьшего положительного и наибольшего отрицательного корней

уравнения $\sin(-x) = \frac{1}{2}$.

- 1) π ; 2) $\frac{\pi}{2}$; 3) $\frac{\pi}{3}$; 4) $\frac{5\pi}{6}$.

Раздел 2. Методы математического анализа.
(предусмотрено 5 вариантов по 20 вопросов в каждом)

1. ПРОИЗВОДНОЙ ФУНКЦИИ $y = f(x)$ НАЗЫВАЕТСЯ ПРЕДЕЛ ОТНОШЕНИЯ ЕЁ ПРИРАЩЕНИЯ Δy К СООТВЕТСТВУЮЩЕМУ ПРИРАЩЕНИЮ Δx НЕЗАВИСИМОЙ ПЕРЕМЕННОЙ, КОГДА

- 1) $\Delta x \rightarrow +\infty$
2) $\Delta x \rightarrow -\infty$
3) $\Delta x \rightarrow 0$
4) $\Delta x \rightarrow 1$

3. ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ПЕРВОЙ ПРОИЗВОДНОЙ СОСТОИТ В ТОМ, ЧТО ПРОИЗВОДНАЯ ОТ КООРДИНАТЫ ПО ВРЕМЕНИ – ЭТО

- 1) мгновенное ускорение
2) начальная скорость
3) мгновенная скорость
4) отрезок пути

2. ПРОИЗВОДНАЯ ОТ ФУНКЦИИ y ПО АРГУМЕНТУ x – ЭТО

- 1) начальная скорость изменения функции $y = f(x)$
2) средняя скорость изменения функции $y = f(x)$
3) мгновенная скорость изменения функции $y = f(x)$
4) конечная скорость изменения функции $y = f(x)$

3. ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ВТОРОЙ ПРОИЗВОДНОЙ СОСТОИТ В ТОМ, ЧТО ПРОИЗВОДНАЯ ОТ ПУТИ ПО ВРЕМЕНИ – ЭТО

- 1) мгновенное ускорение переменного движения
2) начальная скорость переменного движения
3) мгновенная скорость переменного движения
4) отрезок пути переменного движения

4. ПРОИЗВОДНАЯ ПОСТОЯННОЙ ВЕЛИЧИНЫ РАВНА

- 1) 0
2) -1
3) +1
4) ∞

5. НАЙДИТЕ ПРОИЗВОДНУЮ ФУНКЦИИ $y = \ln 3x$

- 1) $y' = 1/x$
2) $y' = 1/(3x)$
3) $y' = x/\ln 3$
4) $y' = 3/\ln x$

6. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ФУНКЦИИ РАВЕН

- 1) отношению производной функции и приращения её аргумента
2) произведению производной функции на дифференциал её аргумента
3) сумме производной функции и дифференциала её аргумента
4) разности производной функции и приращения её аргумента

7. УКАЖИТЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛ df ФУНКЦИИ $f = (x+5)^2$

- 1) $df = (x^2 + 5x) dx$
2) $df = (2x + 10) \partial x$

3) $df = (2x + 10) dx$

4) $df = (x^3/3 + 5x^2 + 25x) dx$

18. НЕОПРЕДЕЛЁННЫЙ ИНТЕГРАЛ ПРЕДСТАВЛЯЕТ СОБОЙ

1) переменную

2) функцию, определяемую таблицей стандартных интегралов

3) первообразную с неопределенной постоянной

4) подынтегральное выражение

8. ВЫРАЖЕНИЕ $f(x)dx$ ПОД ЗНАКОМ ИНТЕГРАЛА НАЗЫВАЕТСЯ

1) подынтегральным выражением

2) подынтегральной функцией

3) переменной интегрирования

4) постоянной интегрирования

9. ФУНКЦИЯ $f(x)$ НАЗЫВАЕТСЯ

1) подынтегральным выражением

2) подынтегральной функцией

3) переменной интегрирования

4) постоянной интегрирования

10. ПОСТОЯННЫЙ МНОЖИТЕЛЬ МОЖНО ВЫНОСИТЬ ЗА ЗНАК

1) подынтегрального выражения

2) подынтегральной функции

3) интеграла

4) дифференциала

11. УКАЖИТЕ НЕВЕРНОЕ СВОЙСТВО ИНТЕГРАЛА

1) $\int (f(x) \pm \varphi(x)) dx = \int f(x) dx + \int \varphi(x) dx$

2) $\int (f(x) \times \varphi(x)) dx = \int f(x) dx \times \int \varphi(x) dx$

3) $\int (k f(x)) dx = k \int f(x) dx$

4) $\int d[F(x) + C] = F(x) + C$

12. НАЙДИТЕ ИНТЕГРАЛ $\int x^3 dx$

1) $3x^2 + C$

2) $\frac{x^4}{4} + C$

3) $-\frac{x^4}{4} + C$

4) $\frac{1}{4x^4} + C$

13. НАЙДИТЕ ИНТЕГРАЛ $5 \int x^4 dx$

1) $x^5 + C$

2) $20x^3 + C$

3) $\frac{x^5}{25} + C$

4) $\frac{1}{5x^5} + C$

14. НАЙДИТЕ ИНТЕГРАЛ $\int \cos \frac{x}{3} dx$

1) $3\sin \frac{x}{3} + C$

2) $-3\sin \frac{x}{3} + C$

3) $\frac{1}{3}\sin 3x + C$

4) $-\frac{1}{3}\sin 3x + C$

15. ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ РАВЕН

1) частному значений неопределенного интеграла при верхнем и нижнем пределах интегрирования

2) произведению значений неопределенного интеграла при верхнем и нижнем пределах интегрирования

3) разности значений неопределенного интеграла при верхнем и нижнем пределах интегрирования

4) сумме значений неопределенного интеграла при верхнем и нижнем пределах интегрирования

16. ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ОПРЕДЕЛЕННОГО ИНТЕГРАЛА СЛУЖИТ ФОРМУЛА НЬЮТОНА – ЛЕЙБНИЦА, КОТОРАЯ ИМЕЕТ ВИД

1) $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$

2) $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$

3) $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_b^a = F(b) - F(a)$

4) $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_b^a = F(a) - F(b)$

17. ЕСЛИ ВЕРХНИЙ И НИЖНИЙ ПРЕДЕЛЫ ИНТЕГРИРОВАНИЯ СОВПАДАЮТ, ТО ТАКОЙ ИНТЕГРАЛ РАВЕН

1) $+\infty$

2) $-\infty$

3) 1

4) 0

18. ЕСЛИ ВЕРХНИЙ И НИЖНИЙ ПРЕДЕЛЫ ИНТЕГРИРОВАНИЯ ПОМЕНЯТЬ МЕСТАМИ, ТО

1) ничего не изменится

2) интеграл изменит только знак

3) изменится подынтегральная функция

4) изменится подынтегральное выражение

19. ВЫЧИСЛИТЕ ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ $\int_3^{24} dx$

1) 0

2) 1

3) 8

4) 21

20. ВЫЧИСЛИТЕ ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ $\int_2^4 x dx$

- 1) 2
- 2) 4
- 3) 6
- 4) 8

Раздел 3. Геометрия.
(предусмотрено 5 вариантов по 20 вопросов в каждом)

21. 1. ВЕРШИНЫ ТРЕУГОЛЬНИКА ABC ДЕЛЯТ ОКРУЖНОСТЬ С ЦЕНТРОМ O НА ТРИ ДУГИ AB , BC И AC , ГРАДУСНЫЕ МЕРЫ КОТОРЫХ ОТНОСЯТСЯ 7:5:6. НАЙДИТЕ МЕНЬШИЙ УГОЛ ТРЕУГОЛЬНИКА:

- 1) 50°
- 2) 70°
- 3) 60°
- 4) 100°
- 5) 80°

22. 2. В ОСНОВАНИИ ПРЯМОЙ ПРИЗМЫ ЛЕЖИТ ПРАВИЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК, ПЛОЩАДЬ КОТОРОГО РАВНА $36\sqrt{3}$ см². ВЫЧИСЛИТЕ ПЛОЩАДЬ БОКОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРИЗМЫ, ЕСЛИ ЕЁ ОБЪЕМ РАВЕН 300 см³:

- 1) $200\sqrt{3}$ см²
- 2) $180\sqrt{3}$ см²
- 3) $100\sqrt{3}$ см²
- 4) $140\sqrt{3}$ см²
- 5) $120\sqrt{3}$ см²

23. 3. В ПРАВИЛЬНОЙ ШЕСТИУГОЛЬНОЙ ПРИЗМЕ ВСЕ РЕБРА РАВНЫ 5. НАЙТИ ПЛОЩАДЬ БОЛЬШЕГО ДИАГОНАЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ:

- 1) 50
- 2) $75\sqrt{2}$
- 3) 100
- 4) 25
- 5) 75

4. НАЙДИТЕ ПЛОЩАДЬ ФИГУРЫ, ОГРАНИЧЕННОЙ ЛИНИЯМИ: $y = 5x - x^2$ И $y = x + 3$

- 1) $2\frac{1}{2}$
- 2) $1\frac{1}{2}$
- 3) $2\frac{1}{3}$
- 4) $1\frac{1}{3}$
- 5) $2\frac{2}{3}$

21. 5. НАЙДИТЕ ОТНОШЕНИЕ ПЛОЩАДИ РОМБА СО СТОРОНОЙ a И ОСТРЫМ УГЛОМ α К ПЛОЩАДИ КВАДРАТА СО СТОРОНОЙ, РАВНОЙ ДИАМЕТРУ ВПИСАННОГО В РОМБ КРУГА:

- 1) $1 : 2 \sin \alpha$
- 2) $1 : \sin \alpha$
- 3) $\sin \alpha : 1$
- 4) $2 \sin \alpha : 3$
- 5) $1 : \sin \frac{\alpha}{2}$

22. 6. ИЗ ВЕРШИНЫ A ПРАВИЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА СО СТОРОНОЙ 9 см К ЕГО ПЛОСКОСТИ ПРОВЕДЁН ПЕРПЕНДИКУЛЯР AO ДЛИНОЙ 12 см. ОПРЕДЕЛИТЕ РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ O ДО СТОРОНЫ BC :

- 1) $\frac{9\sqrt{91}}{4}$
- 2) $\frac{4\sqrt{91}}{3}$
- 3) $\frac{3\sqrt{91}}{2}$
- 4) $\frac{3\sqrt{91}}{4}$
- 5) $\frac{2\sqrt{91}}{3}$

23. 7. В ПРАВИЛЬНОЙ ШЕСТИУГОЛЬНОЙ ПРИЗМЕ ВСЕ РЕБРА РАВНЫ 4. НАЙТИ ПЛОЩАДЬ БОЛЬШЕГО ДИАГОНАЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ:

- 1) 32
- 2) 72
- 3) 64
- 4) 36
- 5) 48

20. 8. ОПРЕДЕЛИТЕ ОСТРЫЙ УГОЛ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА, ЕСЛИ ВЫСОТА, ПРОВЕДЕННАЯ К ОДНОЙ ИЗ СТОРОН ПАРАЛЛЕЛОГРАММА, РАВНА 7 см, А ДРУГАЯ СТОРОНА РАВНА 14 см:

- 1) 45°
- 2) 30°
- 3) 35°
- 4) 50°
- 5) 60°

21. 9. ПЛОЩАДЬ ОСЕВОГО СЕЧЕНИЯ ЦИЛИНДРА РАВНА 20 см^2 , А ПЛОЩАДЬ ОСНОВАНИЯ РАВНА $9\pi \text{ см}^2$. НАЙДИТЕ ОБЪЕМ ЦИЛИНДРА:

- 1) $30\pi \text{ см}^3$
- 2) $10\pi \text{ см}^3$
- 3) $25\pi \text{ см}^3$
- 4) $40\pi \text{ см}^3$
- 5) $20\pi \text{ см}^3$

22. 10. АПОФЕМА ПРАВИЛЬНОЙ ТРЕУГОЛЬНОЙ ПИРАМИДЫ РАВНА 4 И ОБРАЗУЕТ С ПЛОСКОСТЬЮ ОСНОВАНИЯ УГОЛ 30° . НАЙТИ СТОРОНУ ОСНОВАНИЯ:

- 1) $12\sqrt{6}$
- 2) 8
- 3) $12\sqrt{3}$
- 4) 12
- 5) 9

11. ВЕКТОРЫ \vec{a} и \vec{b} ОБРАЗУЮТ УГОЛ В 120° , $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 5$. НАЙТИ $|\vec{a} - \vec{b}|$:

- 1) 7
- 2) 9
- 3) 4
- 4) 5
- 5) 8

12. 12. ЕСЛИ В ТРЕУГОЛЬНИКЕ ОДИН УГОЛ БОЛЬШЕ СУММЫ ДВУХ ДРУГИХ УГЛОВ ТО ОН:

- 1) прямоугольный
- 2) такого треугольника не может быть
- 3) остроугольный
- 4) равносторонний
- Е) тупоугольный

13. 13. ОПРЕДЕЛИТЕ УГОЛ НАКЛОНА ОТРЕЗКА К ПЛОСКОСТИ, ЕСЛИ ДЛИНА НАКЛОННОЙ 10 см, А ДЛИНА ЕЁ ПРОЕКЦИИ $5\sqrt{3}$ см:

- 1) 75°
- 2) 30°
- 3) 60°
- 4) 40°
- 5) 45°

14. 14. ПЛОЩАДЬ ОСНОВАНИЯ ПРАВИЛЬНОГО ТЕТРАЭДРА 97см^2 . ОПРЕДЕЛИТЕ ПЛОЩАДЬ ПОЛНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ТЕТРАЭДРА:

- 1) 412 см^2
- 2) 388 см^2
- 3) 432 см^2
- 4) 194 см^2
- 5) 328 см^2

15. КАКИЕ ИЗ ДАННЫХ ПАР ПРЯМЫХ ПАРАЛЛЕЛЬНЫ МЕЖДУ СОБОЙ?

a) $y = 3x - 2$ и $y = -3x - 2$

b) $y = 4x - 1$ и $y = 1 - 4x$

c) $y = \frac{1}{5}x + 6$ и $y = 7 + 0,2x$

d) $y = 6x + 3$ и $y = 6x + 5$

e) $y = 2 + 5x$ и $y = 2 - 5x$

- 1) 1; 3; 5
- 2) 1; 2; 3
- 3) 3
- 4) 2
- 5) 3; 4

16.16. Стороны треугольника 13 см, 14 см, 15 см. Найдите наибольшую высоту треугольника:

- 1) 11,2 см
- 2) 18 см
- 3) 15 см
- 4) $12\frac{1}{13}$ см
- 5) $12\frac{12}{13}$ см

17. ПЛОЩАДЬ ДИАГОНАЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ КУБА РАВНА $36\sqrt{2}$ см². НАЙДИТЕ ОБЪЕМ КУБА:

- 1) 216 см³
- 2) $72\sqrt{2}$ см³
- 3) 218 см³
- 4) 196 см³
- 5) $108\sqrt{2}$ см³

18. ДАН ВЕКТОР $\vec{a}(-1;4)$. НАЙДИТЕ ДЛИНУ ВЕКТОРА $5 \cdot \vec{a}$:

- 1) $4\sqrt{13}$
- 2) $3\sqrt{14}$
- 3) $\sqrt{19}$
- 4) $5\sqrt{17}$
- 5) 15

19. ПЛОЩАДЬ ФИГУРЫ, ОГРАНИЧЕННОЙ ЛИНИЯМИ $y = 5 - x^2$, $y = 1$, РАВНА:

- 1) $5\frac{1}{3}$
- 2) 16
- 3) $14\frac{2}{3}$
- 4) $10\frac{2}{3}$
- 5) 20

20. Периметр прямоугольника равен 30 см. Найдите его стороны, если площадь прямоугольника равна 56 см²:

- 1) 14 см и 1 см
- 2) 28 см и 2 см
- 3) 8 см и 6 см
- 4) 7 см и 8 см
- 5) 14,2 см и 3,5 см

Раздел 4. Элементы теории вероятностей и математической статистики. (предусмотрено 5 вариантов по 20 вопросов в каждом)

1. СЛУЧАЙНАЯ ВЕЛИЧИНА – ЭТО ВЕЛИЧИНА

- 1) принимающая случайные значения при данных условиях
- 2) принимающая случайные значения согласно центральной теореме теории вероятностей
- 3) зависящая от достоверного события

4) не зависящая от достоверного события

5) зависящая от равновероятного события

2. УКАЖИТЕ ПРИМЕР ДИСКРЕТНОЙ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

1) масса песчинок

2) число страниц в книге

3) размер изделий из одной партии

4) температура воздуха в определенном месте в определенный момент времени

5) измерение скорости перемещения любого вида транспорта в течение конкретного интервала времени

3. ВЕРОЯТНОСТЬ СЛУЧАЙНОГО СОБЫТИЯ НАХОДИТСЯ В ИНТЕРВАЛЕ

1) $-1 \leq p \leq 1$

2) $-1 \leq p \leq 0$

3) $0 \leq p \leq 1$

4) $+1 \leq p \leq +\infty$

5) $-\infty \leq p \leq 1$

4. ВЕРОЯТНОСТЬ ДОСТОВЕРНОГО СОБЫТИЯ РАВНА

1) -1

2) 0

3) $+10$

4) $+1$

5) $+100$

5. СУММА ВЕРОЯТНОСТЕЙ ДВУХ ПРОТИВОПОЛОЖНЫХ СОБЫТИЙ РАВНА

1) $10,0$

2) $1,0$

3) 0

4) $-1,0$

5) $-10,0$

6. В КОРОБКЕ 15 ЗЕЛЕННЫХ И 17 КРАСНЫХ ШАРОВ. НАЙТИ ВЕРОЯТНОСТЬ ТОГО, ЧТО НАУГАД ВЫНУТЫЙ ШАР ОКАЖЕТСЯ КРАСНЫМ ИЛИ ЗЕЛЕНЫМ

1) $10,0$

2) $1,0$

3) 0

4) $-1,0$

5) $-10,0$

7. В КОРОБКЕ 14 ЗЕЛЕННЫХ И 18 КРАСНЫХ ШАРОВ. НАЙТИ ВЕРОЯТНОСТЬ, ЧТО НАУГАД ВЫНУТЫЙ ШАР ОКАЖЕТСЯ ЗЕЛЕНЫМ

1) $7/16$

2) $9/16$

3) 0

4) $1,0$

5) $7/32$

8. В КОРОБКЕ 14 ЗЕЛЕННЫХ И 18 КРАСНЫХ ШАРОВ. НАЙТИ ВЕРОЯТНОСТЬ, ЧТО НАУГАД ВЫНУТЫЙ ШАР ОКАЖЕТСЯ КРАСНЫМ

1) $7/16$

2) $9/16$

3) 0

4) $1,0$

5) $18/30$

9. В КОРОБКЕ 5 БЕЛЫХ, 2 КРАСНЫХ И 6 СИНИХ ШАРОВ. НАЙТИ ВЕРОЯТНОСТЬ, ЧТО НАУГАД ВЫНУТЫЙ ШАР ОКАЖЕТСЯ БЕЛЫМ ИЛИ КРАСНЫМ

1) $5/13$

- 2) 6/13
- 3) 7/13
- 4) 8/13
- 5) 11/13

10. ВЕРОЯТНОСТЬ ПОЯВЛЕНИЯ ОДНОГО ИЗ ДВУХ НЕСОВМЕСТИМЫХ СОБЫТИЙ A или B РАВНА 1,0. ОПРЕДЕЛИТЬ ВЕРОЯТНОСТЬ ПОЯВЛЕНИЯ СОБЫТИЯ B , ЕСЛИ ВЕРОЯТНОСТЬ ПОЯВЛЕНИЯ СОБЫТИЯ A РАВНА 0,5

- 1) 0,1
- 2) 0,3
- 3) 0,5
- 4) 0,7
- 5) 1,0

11. РЯД ЧИСЛОВЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПРИЗНАКА, РАСПОЛОЖЕННЫХ В ОПРЕДЕЛЕННОМ ПОРЯДКЕ, НАЗЫВАЕТСЯ

- 1) варьирующим
- 2) статистическим
- 3) статическим
- 4) классовыми
- 5) дисперсионным

12. РАСПОЛОЖЕНИЕ ЧЛЕНОВ РЯДА В ВОЗРАСТАЮЩЕМ ИЛИ УБЫВАЮЩЕМ ПОРЯДКЕ, НАЗЫВАЕТСЯ

- 1) систематизацией
- 2) группировкой
- 3) интеграцией
- 4) ранжированием
- 5) модернизацией

13. ПОЛНАЯ СУММА ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ЧАСТОТ ВАРИАЦИОННОГО РЯДА РАВНА

- 1) $-\infty$
- 2) $+\infty$
- 3) -1
- 4) $+1$
- 5) 0

14. ЕСЛИ ПО ОСИ АБСЦИСС ОТКЛАДЫВАТЬ ЗНАЧЕНИЯ КЛАССОВ, А ПО ОСИ ОРДИНАТ – НАКОПЛЕННЫЕ ЧАСТОТЫ С ПОСЛЕДУЮЩИМ СОЕДИНЕНИЕМ ТОЧЕК ПРЯМЫМИ ЛИНИЯМИ, ТО ПОЛУЧАЕТСЯ ГРАФИК, НАЗЫВАЕМЫЙ

- 1) полигоном частот
- 2) гистограммой распределения частот
- 3) кумулятой
- 4) кривой эмпирического распределения
- 5) колоколообразной кривой

15. ЛОМАНАЯ ЛИНИЯ, ОТРЕЗКИ КОТОРОЙ СОЕДИНЯЮТ ТОЧКИ С КООРДИНАТАМИ $(x_1p_1; x_2p_2; \dots; x_n p_n)$, НАЗЫВАЕТСЯ

- 1) полигоном частот
- 2) гистограммой распределения частот
- 3) кумулятой
- 4) кривой эмпирического распределения
- 5) колоколообразной кривой

16. СОВОКУПНОСТЬ СМЕЖНЫХ ПРЯМОУГОЛЬНИКОВ, ПОСТРОЕННЫХ НА ОДНОЙ ПРЯМОЙ ЛИНИИ С РАВНЫМИ ОСНОВАНИЯМИ И ВЫСОТАМИ, РАВНЫМИ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ЧАСТОТЕ, НАЗЫВАЮТ

- 1) полигоном частот
- 2) гистограммой распределения частот

- 3) кумулятой
 4) кривой эмпирического распределения
 5) колоколообразной кривой
17. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОЖИДАНИЕ ДИСКРЕТНОЙ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ – ЭТО
- 1) произведение случайной величины на соответствующую вероятность
 2) произведение случайной величины на число благоприятных событий
 3) сумма произведений случайной величины на число благоприятных событий
 4) сумма произведений случайной величины на соответствующую вероятность
 5) сумма произведений случайной величины на общее число событий
18. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОЖИДАНИЕ ИМЕЕТ СМЫСЛ

- 1) среднего квадратичного
 2) среднего логарифмического
 3) среднего геометрического
 4) среднего арифметического
 5) среднего кубического
19. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОЖИДАНИЕ ПОСТОЯННОЙ ВЕЛИЧИНЫ С РАВНО

- 1) произведению случайной и постоянной величин
 2) самой постоянной
 3) произведению постоянной величины на число благоприятных событий
 4) сумме произведений случайной величины на постоянную
 5) отношению случайной и постоянной величин
20. ДИСКРЕТНАЯ СЛУЧАЙНАЯ ВЕЛИЧИНА ПРЕДСТАВЛЕНА СЛЕДУЮЩИМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ

x	3	7	5
p	0,5	0,2	0,3

УКАЖИТЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОЖИДАНИЕ

- 1) 5,3
 2) 5,0
 3) 4,4
 4) 1,5
 5) 0,5

ПРОВЕРОЧНЫЕ РАБОТЫ ПО РАЗДЕЛАМ ДИСЦИПЛИНЫ:

Раздел 1. Алгебра

Решите задачу.

1. Вкладчик разместил сумму размером 2400 рублей в банк. Определите, какую сумму получит вкладчик через 3 года, если процентная ставка составляет 19 % в год.
2. Вкладчик взял в кредит 3000 рублей и должен вернуть через пять лет. Найти процентную ставку кредита, если известно, что нужно отдать банку 8100 рублей.
3. Исследуйте функцию $y = -\frac{1}{x^5} + 4x^3$ на чётность.
4. На числовой окружности взяты точки $M(-\frac{2\pi}{3})$, $N(\frac{\pi}{4})$. Найдите все числа t , которым на данной окружности соответствуют точки, принадлежащие дуге AB . Сделайте чертеж.

Раздел 2. Методы математического анализа.

Решите задачу.

Вариант 1

1. Вычислить производную от произведения функций

$$y = \ln x \cdot \operatorname{tg} x$$

2. Вычислить производную дроби

$$y = \frac{1 - \operatorname{Sin} x}{1 + \operatorname{Sin} x}$$

3. Найти производные следующих функций

$$y = x + 3x^2 - \frac{x^3}{3}$$

4. Найти следующие интегралы методом *Непосредственного интегрирования*.

$$\int \left(\frac{2+x}{x} \right)^2 dx$$

Вариант 2

1. Вычислить производную от произведения функций

$$y = \operatorname{Cos} x \cdot \ln x$$

2. Вычислить производную дроби

$$y = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 4}$$

3. Найти производные следующих функций

$$y = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + a^x$$

4. Найти следующие интегралы методом *Непосредственного интегрирования*.

$$\int 3^t dt$$

Раздел 3. Геометрия

Решите задачу.

Вариант 1

1. Через точку O , лежащую между параллельными плоскостями α и β , проведены прямые l и m . Прямая l пересекает плоскости α и β в точках A_1 и A_2 соответственно, прямая m – в точках B_1 и B_2 . Найдите длину отрезка A_2B_2 , если $A_1B_1 = 12$ см, $B_1O : OB_2 = 3 : 4$.

2. Основание прямой призмы – прямоугольный треугольник с катетом 6 см и острым углом 45° . Объем призмы равен 108 см³. Найдите площадь полной поверхности призмы.

3. В конус вписана пирамида. Основанием пирамиды служит прямоугольный треугольник, катет которого равен $2p$, а прилежащий угол равен 30° . Боковая грань пирамиды, проходящая через данный катет, составляет с плоскостью основания угол 45° . Найдите объем конуса.

Вариант 2

1. Изобразите тетраэдр $DABC$ и постройте его сечение плоскостью, проходящей через точки M и N , являющиеся серединами ребер DC и BC , и точку K , такую, что $K \in DA$, $AK : KD = 1 : 3$.

2. Основанием прямой призмы является ромб со стороной 12 см и углом 60° . Меньшее из диагональных сечений призмы является квадратом. Найдите объем призмы.

3. В цилиндр вписана призма. Основанием призмы служит прямоугольный треугольник, катет которого равен $2p$, а прилежащий угол равен 60° . Диагональ большей боковой грани призмы составляет с плоскостью её основания угол 45° . Найдите объем цилиндра.

Раздел 4. Элементы теории вероятностей и математической статистики

Решите задачу.

Вариант 1

1. В одной урне 6 белых и 7 зеленых шаров, в другой – 5 желтых и 8 красных. Найти вероятность того, что при однократном вынимании шаров из обеих урн они окажутся: 1) белым и красным; 2) белым и желтым; 3) зеленым и желтым; 4) зеленым и красным.
2. Определить моду и медиану вариационного ряда, а также среднее значение и среднее квадратичное выборки
14, 30, 22, 16, 20, 28, 24, 18, 26, 22.
3. Найти моду, среднее значение и среднее квадратичное выборки, если из генеральной совокупности извлечена выборка объемом $n = 20$, характеризующаяся следующим распределением
- | | | | | | |
|----------------|----|----|----|----|----|
| варианта x_i | 12 | 11 | 10 | 13 | 14 |
| частота m_i | 4 | 5 | 4 | 4 | 3 |

Вариант 2

1. В ящике имеется 10 деталей двух видов, 4 штуки одного вида и 6 штук – другого. Слесарь наудачу, по одной, извлекает три детали. Найти вероятность того, что будут извлечены детали 1 и 1 и 2 вида, если они извлекаются: 1) без возвращения, 2) с возвращением (извлеченная деталь возвращается в ящик).
2. Определить моду и медиану вариационного ряда, а также среднее значение и среднее квадратичное выборки
25, 13, 27, 15, 13, 19, 23, 21, 29, 25, 33, 17, 23, 25.
3. Найти моду, среднее значение и среднее квадратичное выборки, если из генеральной совокупности извлечена выборка объемом $n = 70$, характеризующаяся следующим распределением
- | | | | | | |
|----------------|----|----|----|----|-----|
| варианта x_i | 33 | 26 | 29 | 28 | 31 |
| частота m_i | 19 | 11 | 13 | 17 | 10. |

Раздел 1. Алгебра

Контрольная работа № 1

Тема: Действительные числа

(предусмотрено 4 варианта по 6 задач в каждом)

Вариант 1

1. Задаёт ли указанное правило функцию $y = f(x)$:
- 1) $f(x) = \begin{cases} -x, & \text{если } -2 < x \leq 0, \\ \sqrt{x} - 1, & \text{если } x \geq 0; \end{cases}$ 2) $f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{если } 0 \leq x < 2, \\ x + 1, & \text{если } x \geq 2? \end{cases}$
- В случае положительного ответа:
- а) найдите область определения функции;
- б) вычислите значения функции в точках 0, 1, 3, -1;
- в) постройте график функции;
- г) найдите промежутки монотонности функции.
2. Исследуйте функцию $y = -\frac{1}{x^5} + 4x^3$ на четность.
3. На числовой окружности взяты точки $M(-\frac{2\pi}{3})$, $N(\frac{\pi}{4})$. Найдите все числа t , которым на данной окружности соответствуют точки, принадлежащие дуге AB . Сделайте чертеж.
4. Задайте аналитически и постройте график функции $y = f(x)$, у которой $E(f) = [1; +\infty)$.
5. Найдите функцию, обратную функции $y = 2 - x^2$, $x \geq 0$. Постройте на одном чертеже графики указанных двух взаимно обратных функций.
6. Известно, что функция $y = f(x)$ убывает на \mathbf{R} . Решите неравенство $f(|x + 7|) > f(|x - 3|)$.

Контрольная работа № 2

Тема: Тригонометрические функции
(предусмотрено 4 варианта по 5 задач в каждом)
Вариант 1

1. Вычислите: а) $\sin \frac{5\pi}{4}$; б) $\operatorname{tg} \frac{7\pi}{6}$; в) $\cos \frac{\pi}{6} - \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4}$; г) $\operatorname{tg} \frac{3\pi}{4} \cos \frac{3\pi}{4} + \operatorname{ctg} \left(-\frac{\pi}{6}\right) \sin \frac{\pi}{6}$;
д) $\sin 510^\circ - \sin 270^\circ \operatorname{ctg} 270^\circ$.
2. Упростите выражение $\cos^2 t - \frac{\sin^2 t}{\operatorname{tg}(-t) \operatorname{ctg} t}$.
3. Решите уравнение: а) $\sin t = \frac{1}{2}$; б) $\sin\left(\frac{\pi}{2} + t\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.
4. Известно, что $\operatorname{ctg}(t - \pi) = -\frac{3}{4}$ и $\frac{\pi}{2} < t < \pi$.
Найдите а) $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - t\right)$; б) $\cos(\pi + t)$
5. Расположите в порядке возрастания следующие числа:
 $a = \cos 6$; $b = \cos 7$; $c = \sin 6$; $d = \sin 4$.

Контрольная работа № 3

Тема: Преобразование тригонометрических выражений
(предусмотрено 4 варианта по 6 задач в каждом)
Вариант 1

1. Вычислите: а) $\sin 15^\circ$; б) $\cos 88^\circ \cos 2^\circ - \sin 88^\circ \sin 2^\circ$;
в) $\sin 50^\circ \cos 5^\circ - \cos 50^\circ \sin 5^\circ$.
2. Упростите выражение $\frac{\cos 2\alpha - \sin^2 \alpha}{2 \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}$.
3. Решите уравнение $\frac{\operatorname{tg} 4x - \operatorname{tg} 3x}{1 + \operatorname{tg} 4x \operatorname{tg} 3x} = \sqrt{3}$.
4. Найдите корни уравнения $2 \sin x + \sin 2x = \cos x + 1$, принадлежащие полуинтервалу $\left[-\frac{2\pi}{3}; \pi\right)$.
5. Решите уравнение $\sin 3x + \sin 5x + 2 \sin^2 \frac{x}{2} = 1$.
6. Докажите, что для любого x справедливо неравенство $\cos(8 - x) \cos x < \sin(8 - x) \sin x$.

Контрольная работа № 4

Тема: Правила и формулы отыскания производных
(предусмотрено 4 варианта по 6 задач в каждом)
Вариант 1

1. Вычислите первый, пятый и 100-й члены последовательности, если ее n -й член задается формулой $x_n = (-1)^n \frac{2n-1}{3+n}$.
2. Представьте бесконечную периодическую десятичную дробь $1,(18)$ в виде обыкновенной дроби.
3. Найдите производную функции: а) $y = 5x^4 - 2x^3 + \frac{3}{5x} - 7$;

б) $y = 2\sqrt{x} + \frac{1}{2}\sin x - 3\operatorname{tg}x$; в) $y = \sqrt{x}(5x-3)$; г) $y = \frac{x}{x^2+1}$.

4. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции

$$y = -3\sin 2x + 5\cos 3x - 7 \text{ в точке с абсциссой } x_0 = \frac{\pi}{2}.$$

5. Докажите, что функция $y = (2x+3)^9$ удовлетворяет соотношению

$$3y = (2x+3)^5 \cdot \sqrt{\frac{y'}{2}}.$$

6. Найдите знаменатель бесконечно убывающей геометрической прогрессии, у которой каждый член в 6 раз больше суммы всех ее последующих членов.

Раздел 2. Методы математического анализа.

Контрольная работа № 1

Тема: Производная и ее геометрический смысл
(предусмотрено 4 варианта по 5 задач в каждом)

Вариант 1

1. Найдите производную функции: а) $y = 3x + 2$; б) $y = -\frac{3}{x}$; в) $y = x^2(3x + x^3)$; г) $y = \frac{3x-2}{5x+8}$; д)

$$y = 2\cos x - 4\sqrt{x}.$$

2. Вычислите значение производной функции $f(x) = x^2 - 3\sqrt{x}$ в точке $x_0 = 16$.

3. Прямолинейное движение точки описывается законом $s = t^4 - 2t^2$. Найдите ее скорость в момент времени $t = 3$ с.

4. Составьте уравнение касательной к графику функции $f(x) = 4\sqrt{x}$, в точке $x_0 = 4$.

5. Найдите все значения x , при которых выполняется равенство $f'(x) = 0$, если $f(x) = \cos 2x - x\sqrt{3}$ и $x \in [0; 4\pi]$.

Контрольная работа № 2

Тема: Применение производной к исследованию функций
(предусмотрено 4 варианта по 5 задач в каждом)

Вариант 1

1. Найдите промежутки возрастания и убывания функции $y = 12x - 2x^3$

2. Найдите точки экстремумов и их значения функции $y = 8x^2 - (x^2/4)$.

3. Исследуйте функцию $y = 6x - 2x^3$ с помощью производной и постройте ее график.

4. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = 2x + (8/x)$ на отрезке $[1; 3]$.

5. Периметр основания прямоугольного параллелепипеда равен 16 см, а высота - 2 см. Какой длины должны быть стороны основания, чтобы объём данного пря - многоугольного параллелепипеда был наибольшим?

Контрольная работа № 2

Тема: Интеграл

(предусмотрено 4 варианта по 5 задач в каждом)

Вариант 1

1. Докажите, что функция F является первообразной для функции f на множестве \mathbb{R} :

а) $F(x) = x^4 - 3$, $f(x) = 4x^3$; б) $F(x) = 5x - \cos x$, $f(x) = 5 + \sin x$; в) $F(x) = \frac{1}{3} - \frac{1}{x}$, $f(x) = \frac{1}{x^2}$ на промежутке \mathbb{R}_+ .

2. Для функции $f(x) = 4\sin x$ найдите:

а) множество всех первообразных;

б) первообразную, график которой проходит через точку $A\left(\frac{\pi}{2}; 0\right)$.

3. Вычислить определенный интеграл: а) $\int_1^4 \frac{2}{\sqrt{x}} dx$; б) $\int_{0,25}^{0,5} \frac{dx}{x^2}$; в) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2 - 1$; $y = 0$; $x = 1$; $x = 2$.

5. Найдите площадь фигуры, ограниченной данной параболой и осью абсцисс:
 $f(x) = -2(x-1)^2 + 8$.

Раздел 3. Геометрия

Контрольная работа № 1

Тема:

Перпендикулярность прямых и плоскостей. Многогранники

(предусмотрено _4 варианта по 4 задачи в каждом)

Вариант 1

1. Диагональ куба равна 6 см. Найдите:

а) ребро куба;

б) косинус угла между диагональю куба и плоскостью одной из его граней.

2. Сторона AB ромба $ABCD$ равна a , один из углов равен 60° . Через сторону AB проведена

плоскость α на расстоянии $\frac{a}{2}$ от точки D .

а) Найдите расстояние от точки C до плоскости α .

б) Покажите на рисунке линейный угол двугранного угла $DABM$, $M \in \alpha$.

в) найдите синус угла между плоскостью ромба и плоскостью α

3. Основанием пирамиды $DABC$ является правильный треугольник ABC , сторона которого равна a . Ребро DA перпендикулярно к плоскости ABC , а плоскость DBC составляет с плоскостью ABC угол в 30° . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

4. Основанием прямого параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ является ромб $ABCD$, сторона которого равна a и угол равен 60° . Плоскость $AD_1 C_1$ составляет с плоскостью основания угол в 60° . Найдите:

а) высоту ромба;

б) высоту параллелепипеда;

в) площадь боковой поверхности параллелепипеда;

г) площадь поверхности параллелепипеда

Контрольная работа № 2

Тема:

Объемы тел. Объем призмы, цилиндра, конуса, шара и площадь сферы

(предусмотрено _4 варианта по 5 задач в каждом)

Вариант 1

1. Образующая конуса, равная 12 см, наклонена к плоскости основания под углом 30° . Найдите объём конуса.

2. Основанием прямой призмы является ромб со стороной 12 см и углом 60° . Меньшее из диагональных сечений призмы является квадратом. Найдите объём призмы.

3. Осевым сечением цилиндра является квадрат, диагональ которого равна $6\sqrt{2}$ см. Найдите объём цилиндра.

4. Диаметр шара равен высоте цилиндра, осевое сечение которого есть квадрат. Найдите отношение объёмов шара и цилиндра.

5. В конус, осевое сечение которого есть правильный треугольник, вписан шар. Найдите отношение площади сферы к площади боковой поверхности конуса.

Раздел 4. Элементы теории вероятностей и математической статистики

Контрольная работа № 1

Тема: Теория вероятности

(предусмотрено _4 варианта по 6 задач в каждом)

Вариант 1

1. На экзамене 45 билетов, Федя не выучил 9 из них. Найдите вероятность того, что ему попадется выученный билет.
2. В фирме такси в данный момент свободно 20 машин: 3 белых, 11 синих и 6 серых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчице. Найдите вероятность того, что к ней приедет белое такси.
3. В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 16 очков. Результат округлите до сотых.
4. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 10 очков. Результат округлите до сотых.
5. Фабрика выпускает сумки. В среднем 5 сумок из 50 имеют скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется без дефектов.
6. Научная конференция проводится в 3 дня. Всего запланировано 75 докладов - в первый день 27 докладов, остальные распределены поровну между вторым и третьим днями. Порядок докладов определяется жеребьевкой. Какова вероятность, что Ваш доклад окажется запланированным на последний день конференции?

Контрольная работа № 2

Тема: Теория вероятности

(предусмотрено _4 варианта по 6 задач в каждом)

Вариант 1

1. Если шахматист *первый* играет белыми фигурами, то он выигрывает у *второго* шахматиста с вероятностью 0,5. Если *первый* играет черными, то он выигрывает у *второго* с вероятностью 0,3. Оба шахматиста играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что *первый* выиграет оба раза.
2. Вероятность того, что новый электрический чайник прослужит больше года, равна 0,93. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,87. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.
3. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,2. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,16. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.
4. В кармане у Васи было 4 монеты по рублю и 2 монеты по два рубля. Вася, не глядя, переложил какие-то 3 монеты в другой карман. Найдите вероятность того, что обе двухрублёвые монеты лежат в одном кармане.
5. На экзамене по алгебре школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос по теме «Тригонометрические функции», равна 0,35. Вероятность того, что это вопрос по теме «Теоремы о пределах», равна 0,2. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.
6. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,02. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,99. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,01. Найдите вероятность того, что случайно выбранная батарейка будет забракована системой контроля.

Примеры типовых задач

1. Решите уравнение

$$\cos\left(\frac{x}{2} + \pi\right) = 0.$$

2. Найти предел функции

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 16}{x^3 + 5x^2 - 6x - 16}$$

3. Найти производные следующих функций

a) $y = \frac{\ln x}{\sin x + \cos x}$

б) $y = \frac{e^x}{3x^2}$

4. Вычислить дифференциалы следующих функций

a) $y = \sqrt{x} \operatorname{tg} x$

б) $y = e^{\sin x}$

5. Найти уравнение касательной и нормали к графику функции $y = 4x^3 + x^2 + 2$ в точке $B = (-1; 2)$.

6. Вычислить приближённые значения функций и сопоставить полученные результаты с табличными значениями: $\sin 46^\circ$, $\sin 58^\circ$, $\cos 33^\circ$, $\cos 91^\circ$, $\operatorname{arctg} 1.02$, $\operatorname{arctg} 0.99$, $\ln 0.997$, $\ln 1.01$.

7. Найти следующий интеграл методом непосредственного интегрирования

$$\int \left(\frac{2+x}{x} \right)^2 dx$$

8. Найти интеграл методом замены переменной

$$\int \frac{\cos x}{1+2\sin x} dx$$

9. Вычислить интегралы

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos^4 x dx$$

10. Выясните, является ли функция $y = \cos x - x^2$ чётной или нечётной.

11. Радиус шара равен 17 см. Найдите площадь сечения шара, удаленного от его центра на 15 см.

12. Осевым сечением цилиндра является квадрат, диагональ которого равна $8\sqrt{2}$ см. Найдите объем цилиндра.

13. В коробке находятся 25 шаров: 4 белых, 5 черных, 10 желтых и 6 зеленых. Какова вероятность вынимания черного, или белого, или желтого, или зеленого шара?

14. В урне находятся 2 красных и 3 белых шара, отличающихся только цветом. В неё кладут синий шар, после чего перемешивают содержимое и наугад извлекают шар. Найти вероятность того, что: 1) вынутый шар окажется синим, 2) вынутый шар окажется или синим или красным, 3) вынутый шар окажется или белым или синим.

15. Сколько существует способов для расстановки пяти неповторяющихся, произвольно взятых букв алфавита?

16. Найти вероятность того, что при случайном расположении кубиков в ряд, на которых написаны буквы *a*, *й*, *м* получится слово «май».

17. Определить, сколько существует способов для составления трёхцветной аппликации, если имеется материал пяти цветов?

18. В коробке имеется 20 красных и 10 белых шаров. Найти вероятность того, что из пяти, выбранных наугад, шаров окажется 3 красных и 2 белых.

19. У девушки, плетущей венок, имеется 10 васильков, 7 ромашек и 3 колокольчика. Сколько существует способов расположения цветов в венке?

20. В классе учатся 11 мальчиков и 10 девочек. На праздник необходимо выбрать двух девочек или двух мальчиков. Найдите, сколько существует способов, чтобы произвести такой выбор.

21. Найти дисперсию и среднее квадратичное отклонение случайной величины x , заданной законом распределения:

x	4,4	5,3	8,1	9,6
p	0,2	0,3	0,4	0,1

Определите моду и медиану данного распределения.